

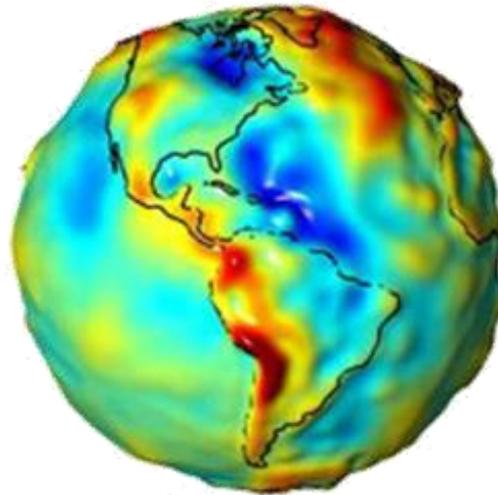
بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



۱۳۷۱

دانشگاه خيام
وزارت علوم تحقیقات و فناوری

مبانی ژئودزی

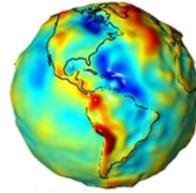


مهندس محمد امیدوار

فصل چهارم

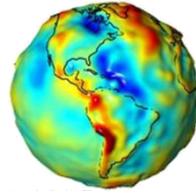
زمین شکل و اندازه آن





❖ مقدمه

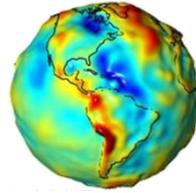
شکل تمام یا قسمتی از سطح فیزیکی زمین عموماً به وسیله نقشه های توپوگرافی در مقیاس های مختلف نمایش داده می شود، که این بخش در واقع کار مشترک ژئودزی و علوم نقشه برداری (mapping) است. برای آنکه بتوان سطح زمین را بصورت ریاضی بیان کرد، نقاط خاصی را در سطح زمین انتخاب کرده و آنها را ساختمان می کنند سپس مختصات آنها را در یک سیستم مختصات انتخابی تعیین می نمایند. شبکه حاصله از این نقاط خود به نوعی بیان ریاضی از سطح زمین است.



❖ شبکه های ژئودتیک

شبکه های ژئودتیک را عموماً به سه دسته تقسیم می کنند:

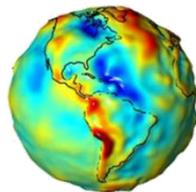
- شبکه هایی که فقط ارتفاع آنها از سطح دریا H معلوم است، موسوم به شبکه های ارتفاعی.
- شبکه هایی که مختصات مسطحاتی آنها (مثلاً طول و عرض جغرافیایی) معلوم است، موسوم به شبکه های مسطحاتی و ..
- شبکه هایی که هر سه مختصه آنها با دقت زیاد معلوم باشند، شبکه های سه بعدی نامند.



❖ شبکه های ارتفاعی

علت اینکه شبکه های ارتفاعی و مسطحاتی جدا از هم تعریف می شوند اختلاف روشهای اندازه گیری مؤلفه های ارتفاعی و مسطحاتی مختصات است و اینکه این مؤلفه ها همدیگر را کمتر تحت تأثیر قرار می دهند.

ارتفاع نقاط شبکه های ارتفاعی موسوم به بنچ مارک (Bench Mark) با دقت زیاد معلوم بوده ولی مؤلفه های مسطحاتی آنها کم دقت اند درحالیکه در شبکه های مسطحاتی وضع کاملاً بر عکس است. شبکه های ژئودتیک ارتفاعی به درجات مختلف تقسیم می شوند هر چه درجه یک شبکه بالاتر باشد. دقت اندازه گیری ارتفاع نقاط آن بیشتر است. در شبکه های ارتفاعی درجه یک فاصله بنچ مارک ها بین یک تا دو کیلومتر (بسته به استانداردهای کشورهای مختلف) می باشد.

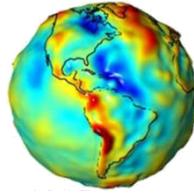


❖ شبکه های ارتفاعی

استاندارد شبکه های ارتفاعی در ایران

(نشریه ۱۱۹)

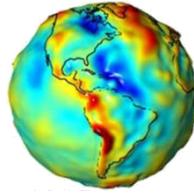
تجهیزات اصلی			متوسط فاصله نقاط به کیلومتر	معیار دقت	درجه ترازیبی
بزرگنمایی ترازیب	نوع میر	دقت ترازیب			
		دقت ترازیب $0.2^{mm} - 0.3^{mm}$ در یک کیلومتر ترازیبی رفت و برگشت و بزرگنمایی $32x - 40x$ شاخص انوار دولبه و دماسنج تفاضلی با دقت $0.1^{\circ}C$ و فشار سنج با دقت $1mmHg$	۲	$3^{mm}\sqrt{k}$	۱
		دقت ترازیب 0.7^{mm} در یک کیلومتر ترازیبی رفت و برگشت و بزرگنمایی $32x - 40x$ شاخص انوار دولبه و دماسنج با دقت $0.5^{\circ}C$	۳	$8^{mm}\sqrt{k}$	۲
		دقت ترازیب $0.7^{mm} - 1.5^{mm}$ در یک کیلومتر ترازیبی رفت و برگشت و حداقل بزرگنمایی $32x$ شاخص یک لبه مهندسی	۴	$12^{mm}\sqrt{k}$	۳



❖ شبکه های ارتفاعی

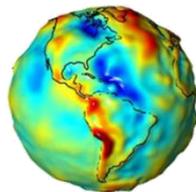
ارتفاعات H عموماً نسبت به سطح دریا یا بطور دقیقتر نسبت به ژئوئید سنجیده می شوند. ارتفاعات نقاط در خشکی ها به وسیله دستگاههای موسوم به جزر و مد سنج با سطح متوسط آبها مرتبط می شوند.

اندازه گیری های صورت گرفته توسط جزرومد سنجها (Tide gauge) در محاسباتی موسوم به آنالیز جزرومد پردازش می شوند. ارتفاع مطلق نقاط با دقتی در حد متر معلوم می گردند در حالیکه اختلاف ارتفاع بین نقاط مجاور با دقتیایی به مراتب بهتر اندازه گیری می شوند.



❖ شبکه های مسطحاتی

شبکه های ژئودتیک مسطحاتی به شبکه هایی گفته می شود که مختصات مسطحاتی آنها یعنی طول و عرض ژئودتیک آنها معلوم باشند. این مختصات مسطحاتی نقاط ممکن است در یک سیستم مختصات دو بعدی و کارترین ارائه شده باشند ولی در هر حال **ارتفاع** نقاط شبکه های مسطحاتی یا **کم دقت** است یا اصلاً تعیین نمی شود. شبکه های مسطحاتی به درجات مختلفی تقسیم می شود. هر چه درجه یک شبکه بالاتر باشد، دقت نسبی مختصات حاصله (اختلاف مختصات مسطحاتی نقاط مجاور) و همچنین فاصله نقاط مجاور آن بیشتر می شود. اگر فقط از روشهای زمینی برای اندازه گیریها استفاده شود، فاصله نقاط در شبکه درجه یک چند ده کیلومتر است که البته **برقراری دید مستقیم** بین نقاط و **وضوح مسیر دید** از عوامل محدود کننده در این فواصل بشمار می روند.

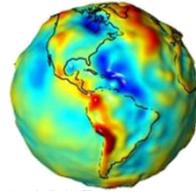


❖ شبکه های مسطحاتی

استاندارد طراحی و شناسایی برای مثلث بندی شبکه های مسطحاتی در ایران

(نشریه ۹۵)

درجه	طول اضلاع به کیلومتر	مدارک مورد نیاز	روش انجام
۱	۳۵ تا ۶۰	نقشه ۱:۵۰۰۰۰۰ و ۱:۲۵۰۰۰۰۰	بررسی روی نقشه‌ها و بازدید زمینی برای برقراری دید
۲	۱۰ تا ۳۰	نقشه ۱:۵۰۰۰۰۰	لازم بین نقاط و تهیه کروکسی و راه دستیابی و علامت‌گذاری نقطه
۳	۴ تا ۱۰	نقشه یا عکس ۱:۲۰۰۰۰۰ و ۱:۵۰۰۰۰۰	بررسی روی نقشه‌ها و بازدید زمینی برای برقراری دید
۴	۲ تا ۴	نقشه یا عکس ۱:۲۰۰۰۰۰ یا بزرگ مقیاس تر	لازم بین نقاط

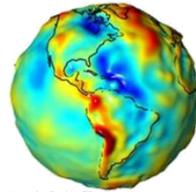


❖ شبکه های سه بعدی

در مورد مسئله تعیین شکل زمین توسط شبکه های مسطحاتی و ارتفاعی، مشکلاتی وجود دارد. اول اینکه نقاط مشترک اینگونه شبکه ها بسیار کم است ثانیاً هر کدام از این شبکه ها به تنهایی یک و یا دو مختصه از مختصات یک نقطه را با دقت کافی دارند به همین دلیل بنظر می رسد بهتر است تا شبکه های سه بعدی ایجاد گردد. چنین شبکه هایی را به دو روش می توان ایجاد نمود:

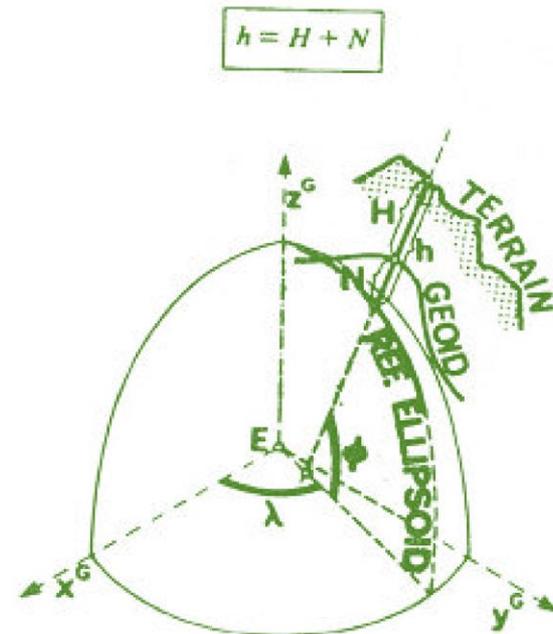
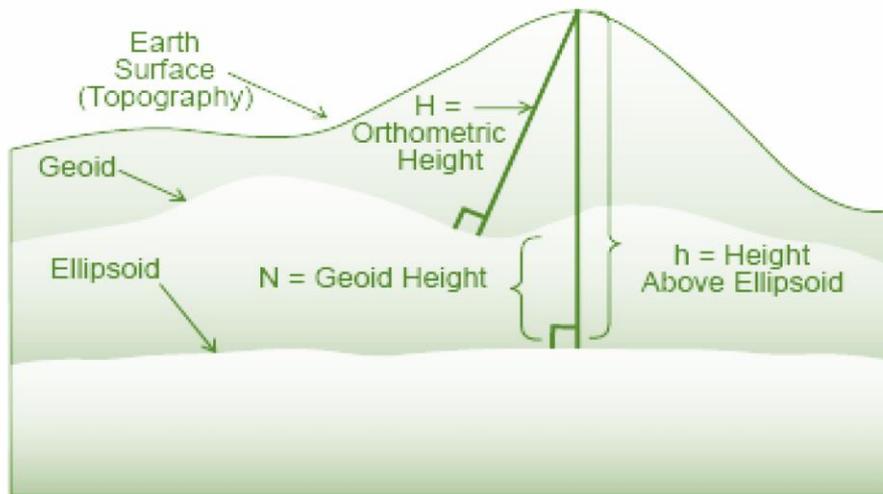
۱- تلفیق شبکه های مسطحاتی و ارتفاعی

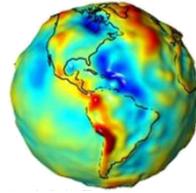
۲- استفاده از تکنیکهای زمینی یا فرا زمینی مانند روشهای ماهواره ای که مستقیماً هر سه مختصه یک نقطه را بدست می دهند.



❖ شبکه های سه بعدی

در روش اول نیاز به معلوم بودن کمیت ارتفاع ژئوئید (ارتفاعی ارتومتریک) می باشد، که در اینصورت از رابطه $h = H + N$ می توان ارتفاع از بیضوی h را محاسبه نمود و با معلوم بودن φ و λ از شبکه های مسطحاتی هر سه مختصه (φ, λ, h) یک نقطه را تعیین نمود.





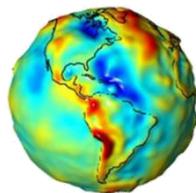
❖ شبکه های سه بعدی

اکثر روشهای ماهواره ای مثل GPS مختصات نقطه را به صورت طول، عرض و ارتفاع ژئودتیک ارائه می دهند به همین دلیل امروزه شبکه های بسیاری در دنیا از چنین نقاطی ایجاد شده است. یکی از مهمترین مزیت های این شبکه ها، عدم لزوم برقراری دید بین ایستگاهها می باشد.

با وجود استفاده از این شبکه ها هنوز مسایل زیر در مورد شکل ریاضی زمین وجود دارد.

۱- شبکه های نقاط مختصات دار هر چقدر هم که چگالتر باشند پیوسته نیستند و فقط می توانند تقریبی از شکل ریاضی زمین ارائه دهند.

۲- شبکه های ایجاد شده معمولاً فقط در خشکی های زمین ایجاد میشوند و اطلاعات موجود از کف و سطح دریاها به اندازه خشکیها نیست. هر چند برخی سعی کرده اند بر اساس نقاط مختصات دار موجود شکلهایی تحلیلی برای زمین ارائه دهند اما این شکلهای نه دقت کافی دارند و نه در عمل می تواند مورد استفاده قرار بگیرند. به همین دلیل شکل ریاضی زمین را بنا به عقیده گوس ژئوئید انتخاب می کنند.

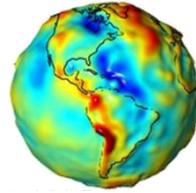


❖ شبکه های سه بعدی

استانداردهای دقت تعیین موقعیت نسبی در شبکه های ژئودزی با GPS در ایران

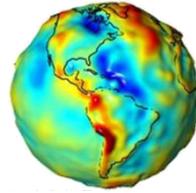
(نشریه ۱۱۹)

دایره خطای نسبی ۹۵٪	طول بین نقاط (کیلومتر)	طبقه بندی نقشه برداری با GPS
$3^{mm} + 0.01^{ppm}$	۴۰۰-۶۰۰	شبکه درجه صفر ژئودزی
$5^{mm} + 0.1^{ppm}$	۸۰-۱۰۰	شبکه درجه یک ژئودزی
$8^{mm} + 1^{ppm}$	۱۵-۲۵	شبکه درجه دو ژئودزی
$10^{mm} + 4^{ppm}$	۵-۱۵	شبکه درجه سه ژئودزی



❖ ژئوئید به عنوان شکل زمین

چنانچه اشاره شد ژئوئید یک سطح هم پتانسیل است و بشرطی که آب دریاهاى آزاد را کم و بیش همگن در نظر بگیریم ژئوئید تقریباً همان سطح دریاها خواهد بود. به این ترتیب حدود ۷۲٪ شکل زمین را ژئوئید بخوبی نمایش می دهد اما سطح آب اقیانوسها کاملاً منطبق بر ژئوئید نیست. این آبها تحت تأثیر عوامل مختلف بطور پیوسته در حال تغییراند. به همین دلیل یک متوسط از سطح آبها گرفته و آنرا متوسط آبهای آزاد (Mean sea Level) می نامند تغییرات MSL بسیار کم است و می توان ژئوئید را با آن بخوبی مقایسه کرد.

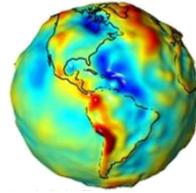


❖ ژئوئید به عنوان شکل زمین

اختلاف جزئی بین ژئوئید و MSL را **توپوگرافی سطح دریا** می نامند لذا ژئوئید یک سطح هم پتانسیل از میدان ثقل زمین است که به بهترین وجهی بر سطح MSL برازنده شده است. (مفهوم کلمه بهترین در بحثهای گذشته تشریح شده است).

با وجود اینکه ژئوئید در مقایسه با سطح توپوگرافی زمین بسیار هموارتر است اما بیان آن به صورت ریاضی تنها با سری های با بینهایت جمله ممکن میباشد که در عمل این سری ها را نیز به صورت متناهی استفاده نموده و این روابط با تقریب بیان کننده شکل ژئوئید هستند.

بنابراین ژئوئید نمی تواند به عنوان یک سطح مبنای مسطحاتی مفید برای انجام محاسبات تعیین موقعیت در نظر گرفته شود. با این وجود ژئوئید در تمام کشورها به عنوان **مرجع سنجش ارتفاعات** پذیرفته شده است.



❖ سطح مقایسه ریاضی

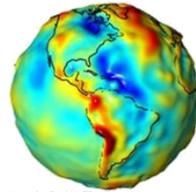
سطح ریاضی که جایگزین ژئوئید می شود باید دو شرط داشته باشد:

(1) تا حد امکان به ژئوئید نزدیک باشد.

(2) انجام محاسبات روی آن ساده باشد.

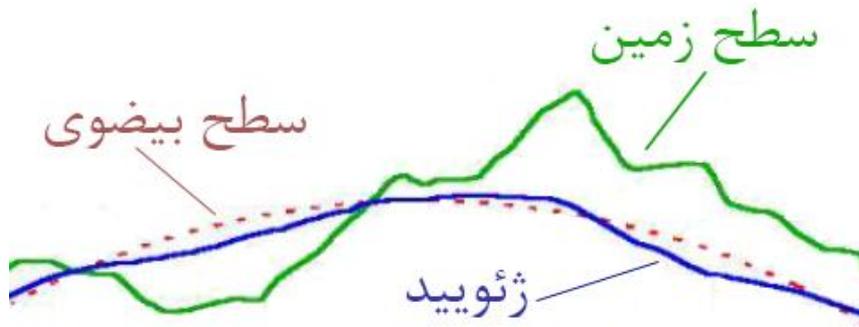
ژئودزین ها چهار سطح ریاضی را به عنوان جایگزین ژئوئید مطرح کرده اند. این چهار سطح عبارت اند از **اسفروئید، بیضوی سه محوره، بیضوی دو محوره و کره.**

از این میان اسفروئید خیلی به ژئوئید نزدیک است ولی محاسبات بر روی آن بسیار پیچیده می باشد.



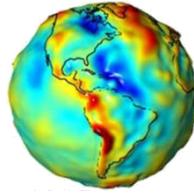
❖ بیضوی سه محوره

برخی محققین بیضوی سه محوری که به بهترین وجهی بر ژئوئید برازنده شده باشد را پیشنهاد کرده و پارامترهای آنرا محاسبه نموده اند. یک بیضوی سه محوری معمولاً با چهار پارامتر زیر مشخص می شود:



- نیم قطر اطول a
- فشردگی قطبی $f = \frac{a - b}{a}$
- فشردگی استوایی $f_e = \frac{a - c}{a}$
- طول جغرافیایی قطر اطول λ

حداکثر جدایی این سطح از ژئوئید ۱۰-۱۲m می باشد. محاسبات روی آن نسبت به اسفروئید ساده تر است ولی هنوز هم برای استفاده های معمولی پیچیده می باشد.



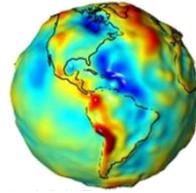
❖ بیضوی دومحوره

بیضوی دومحوره یک بیضی است که حول قطر کوچکتر خود دوران کرده است. حداکثر جدایی آن از ژئوئید 100m می باشد و محاسبات آن به نسبت ساده تر از بیضوی سه محوره است.

❖ کره:

حداکثر جدایی کره از ژئوئید به 1km هم می رسد. با وجود ساده بودن محاسبات مربوط به کره، به علت اختلاف زیاد با سطح ژئوئید استفاده از آن پیشنهاد نمی شود.

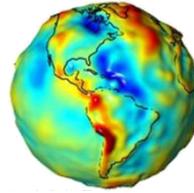
با توجه به مباحث مطرح شده بهترین شکل هندسی و ریاضی برای زمین بیضوی دو محوره دورانی می باشد.



❖ روش های تعیین ابعاد بیضوی دو محوره

روش های مختلفی برای تعیین بیضوی دو محوره به عنوان شکل ریاضی زمین استفاده می شود که در ادامه سه روش زیر شرح داده می شود:

- ۱- اندازه گیری حداقل دو طول در راستای نصف النهارات (بر مبنای روش اراتستن)
- ۲- تعیین ابعاد با استفاده از داده های ثقل سنجی
- ۳- تعیین ابعاد با استفاده از ارتفاع ژئوئید



❖ تعیین ابعاد بیضوی دو محوره بر مبنای روش اراتستن

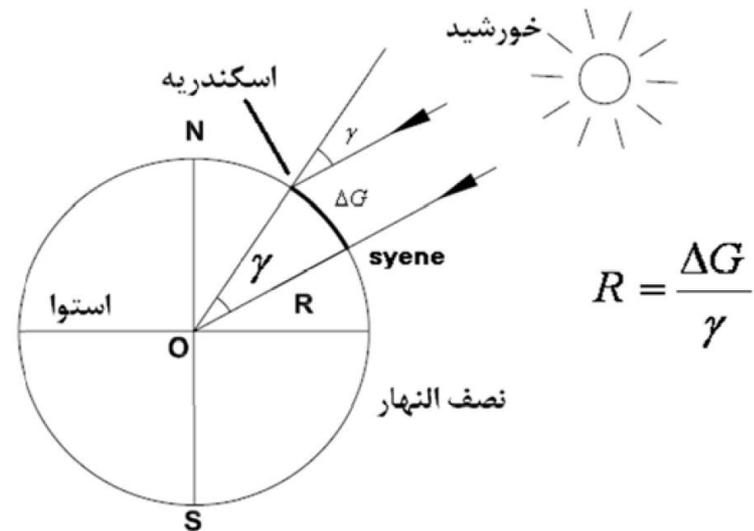
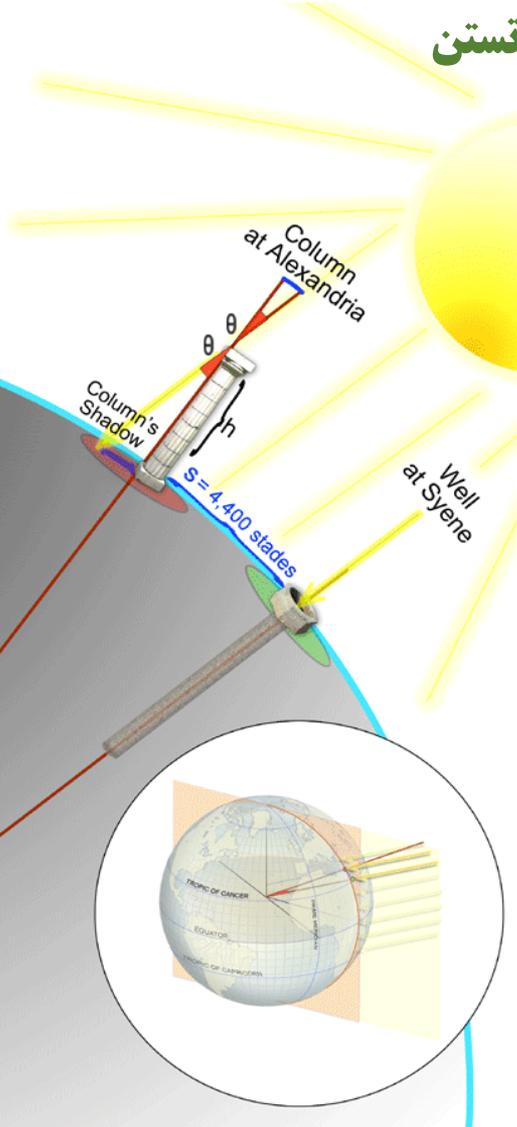
همانگونه که قبلا نیز گفته شد یکی از اولین تلاش ها برای تعیین شکل زمین توسط اراتستن انجام شد.

With h and s known, you can solve for θ .

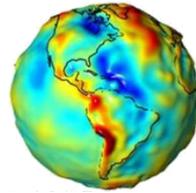
With θ known, you can use the equation:

$$(360^\circ/\theta) \times (s)$$

... to measure the circumference of the Earth.

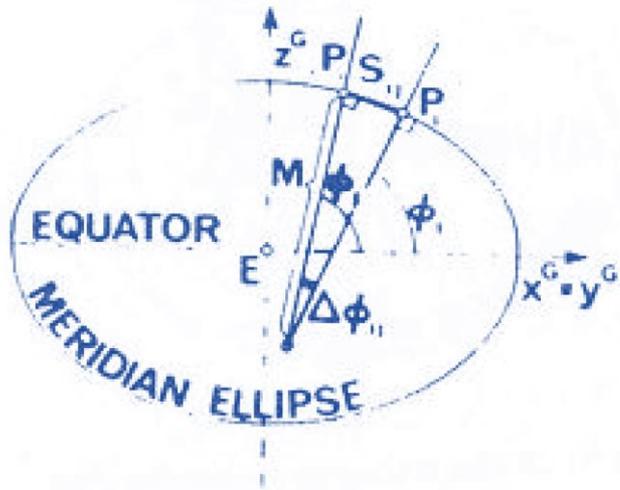


$$R = \frac{\Delta G}{\gamma}$$



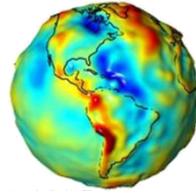
❖ تعیین ابعاد بیضوی دو محوره بر مبنای روش اراتستن

فرانسوی ها با ایده گرفتن از اراتستن روشی را برای تعیین ابعاد بیضوی دو محوره پیشنهاد دادند. در این روش با اندازه گیری لااقل دو طول در امتداد نصف النهارات و حل یک سیستم معادلات به شرح ذیل ابعاد بیضوی محاسبه می گردد.



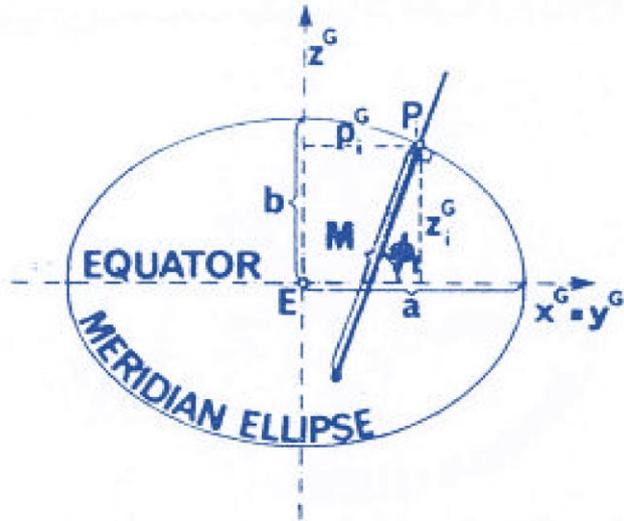
$$S_{ij} = \int_{\varphi_i}^{\varphi_j} M(\varphi) d\varphi$$

M معرف شعاع نصف النهاری بیضوی در نقطه ای به عرض جغرافیایی φ و S_{ij} فاصله دو نقطه z, i واقع بر یک نصف النهار می باشد.

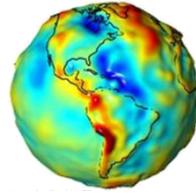


❖ تعیین ابعاد بیضوی دو محوره بر مبنای روش اراتستن

ثابت می شود که شعاع نصف النهاری بیضوی، از رابطه زیر قابل محاسبه است که در آن a نصف قطر اطول و e خروج از مرکزیت بیضوی می باشد:



$$M = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{3/2}}$$



❖ تعیین ابعاد بیضوی دو محوره بر مبنای روش اراتستن

بنابراین رابطه زیر را خواهیم داشت که در آن دو پارامتر a و e مجهول است. با داشتن حداقل دو طول در راستای نصف النهار، دستگاه ۲ معادله ۲ مجهول زیر قابل حل است.

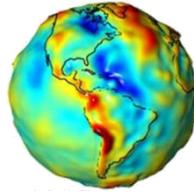
$$S_{ij} = \int_{\varphi_i}^{\varphi_j} M(\varphi) d\varphi = a(1-e^2) \int_{\varphi_i}^{\varphi_j} (1-e^2 \sin^2 \varphi)^{-3/2} d\varphi$$

با داشتن a و e از رابطه فشردگی مقدار b محاسبه می شود:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

F نیز از روابط زیر قابل محاسبه است:

$$f = \frac{a-b}{a} \quad f = 1 - \sqrt{1-e^2}$$

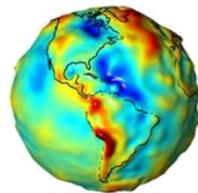


❖ تعیین ابعاد بیضوی دو محوره بر مبنای روش اراتستن

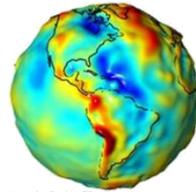
این روش توسط متخصصین مختلفی استفاده شده و پارامترهای مختلفی برای تعیین بیضوی ژئوسنتریک معرفی شده اند. بسته به اینکه دو طول اندازه گیری شده در کدام منطقه واقع باشند بیضوی تقریب مناسب تری در آن منطقه خاص را می دهد.

هر چه تعداد کمان های S_{ij} بیشتر باشند و تراکم داده ها بیشتر باشد بیضوی های دقیقتری محاسبه می شود.

دانشگاه خيام



مبانی ژئودزی



❖ تعیین ابعاد بیضوی دو محوره با استفاده از ارتفاع ژئوئید

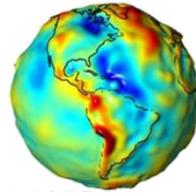
بصورت تئوری تنها یک بیضوی دو محوری وجود دارد که به بهترین نحوی بر ژئوئید برازنده شده باشد. ابعاد این بیضوی (f, a) باید چنان باشند که شرط زیر بر آورده شود:

$$\min_{a, f} \iint_S N^2 ds$$

یعنی انتگرال مذکور بر روی سطح بیضوی کمترین مقدار خود را داشته باشد. در این رابطه N ارتفاع ژئوئید و S سطح آن است. همچنین اگر پارامتر a ثابت فرض شود مینیمم کردن رابطه زیر منجر به نتیجه یکسان برای f خواهد شد و بالعکس.

$$\iint_f (\xi^2 + \eta^2) dS$$

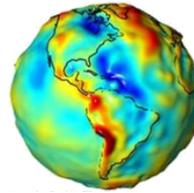
البته در عمل بدلیل کمبود اطلاعات این نوع بیضویها فقط بصورت تقریبی تعیین می شوند.



❖ بیضوی محلی و جهانی

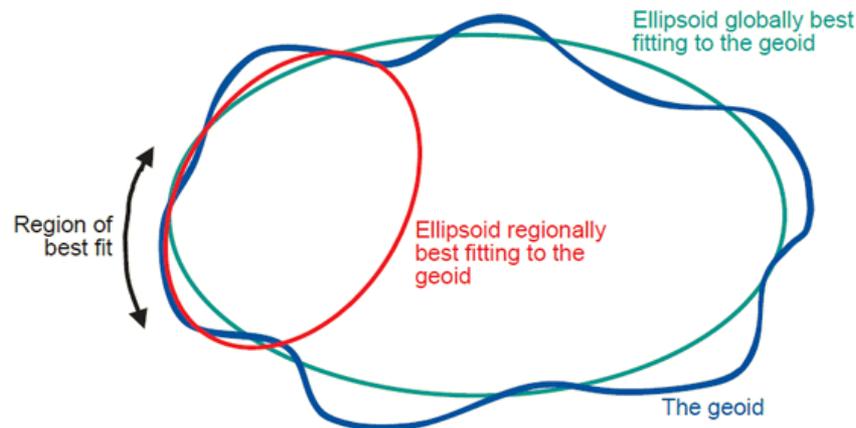
تا کنون صحبت از بیضوی هایی کرده ایم که هدف آنها تقریب هر چه بهتر ژئوئید است. این بیضوی ها عموماً طوری در نظر گرفته می شوند که محورهای آنها منطبق بر محورهای ماکزیمم اینرشیای زمین باشند به همین دلیل به آنها **بیضوی های ژئوسنتریک** گفته می شود.

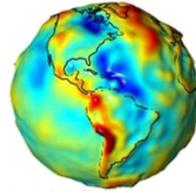
اما بیضویهای دیگری نیز وجود دارند که **هدف از تعریف آنها تقریب شکل و اندازه زمین نیست**. بلکه به عنوان **سطوح مبنای مسطحاتی** بکار می روند. این بیضوی ها که به بیضویهای مرجع ژئودتیک معروفند. الزاماً ژئوسنتریک نیستند. همچنین **ابعاد آنها از پیش مفروض** است و در یک منطقه خاص بر بر ژئوئید برازنده شده اند. چون برای بیضویهای ژئودتیک برازش یک ناحیه خاصی مد نظر است. این گونه بیضویها بهتر از بیضویهای ژئوسنتریک در آن ناحیه به ژئوئید منطبق می شوند.



❖ بیضوی محلی

برای تعیین این نوع بیضوی، در یک منطقه خاص ژئوئید محلی را تقریب می‌زنند. معمولاً بیضوی به دست آمده با این روش در آن منطقه بسیار به ژئوئید نزدیک است ولی در سایر مناطق جدایی آن مشخص نیست. به عنوان مثال بیضوی Hayford یک بیضوی محلی است که برای کشورهای ایران، ترکیه، آلمان به خوبی به ژئوئید نزدیک است. (تا سال ۱۹۶۷ پیشنهاد IAG بیضوی Hayford بود.)

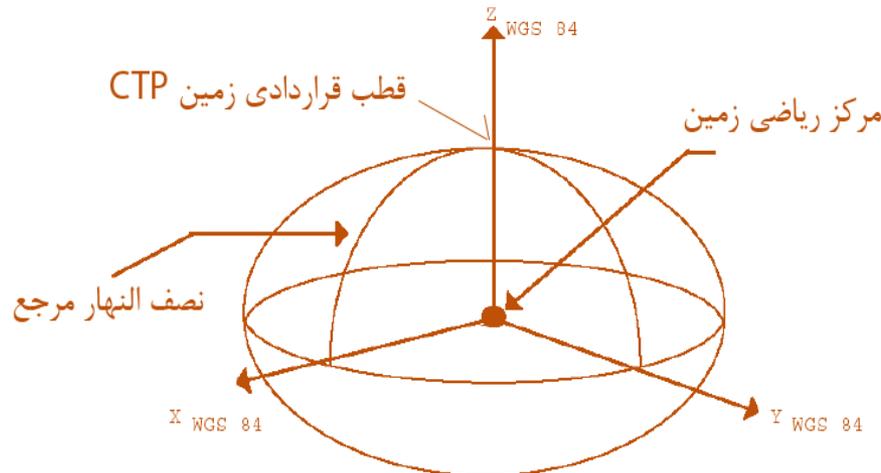


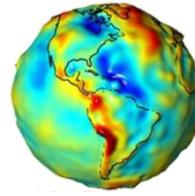


❖ بیضوی جهانی

برای تعیین این نوع بیضوی، سطح ژئوئید در کل دنیا را مدنظر قرار می‌دهند و محاسبات به گونه‌ای است که در مجموع کمترین جدایی را با سطح ژئوئید داشته باشد.

آخرین بیضوی جهانی محاسبه شده WGS84 است که اکنون اکثر کشورها از آن استفاده می‌کنند. در GPS نیز از این بیضوی استفاده می‌شود. این بیضوی یک بیضوی دست راستی و زمین مرکز است که محور Z آن از قطب قراردادی زمین (CPT) می‌گذرد.

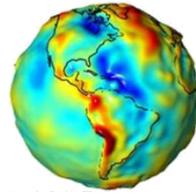




❖ بیضوی جهانی

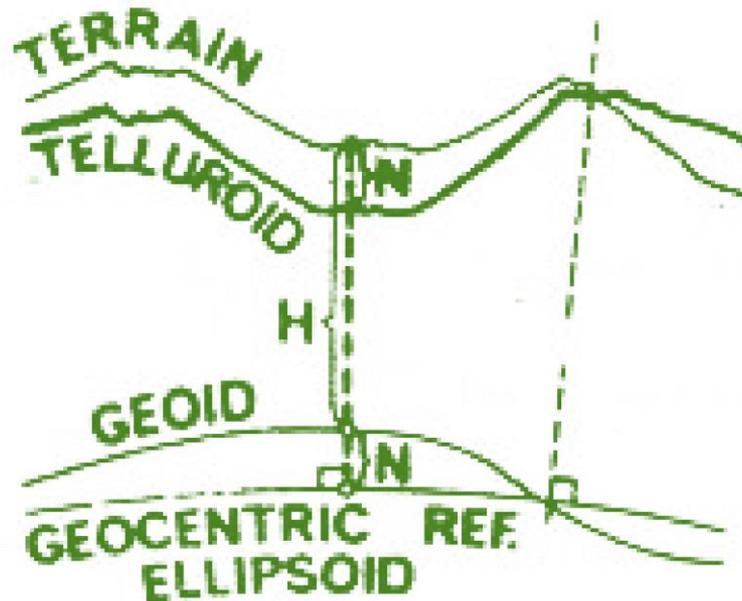
نصف النهار گرینویچ به عنوان نصف النهار مرجع

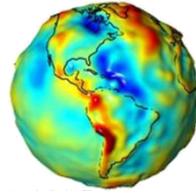




❖ شکلهای ریاضی دیگر زمین

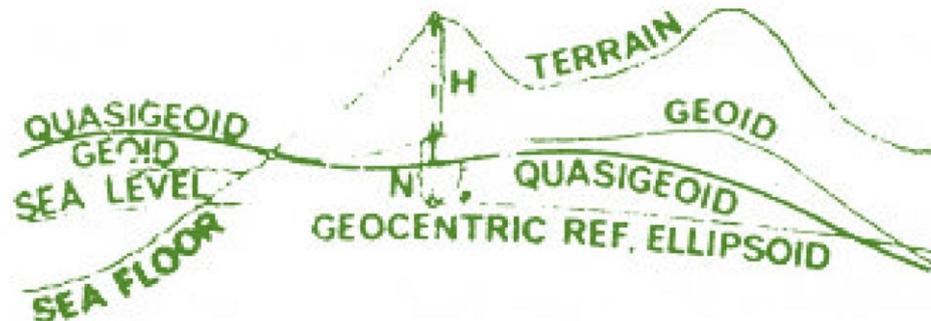
تلوروئید (Telluroid): سطحی است که ارتفاع آن از بیضوی مرجع ژئوسنتریک برابر ارتفاع سطح زمین از ژئوئید است. این سطح برای تقریب سطح فیزیکی زمین در نظر گرفته می شود.

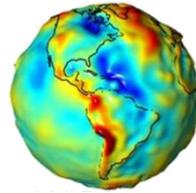




❖ شکلهای ریاضی دیگر زمین

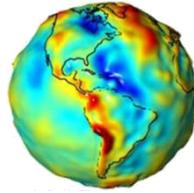
شبه ژئوئید (quasi-geoid): به هنگام محاسبه ژئوئید از اطلاعات جمع آوری شده از سطح زمین، لازم است فرضهایی در ارتباط با نحوه توزیع اجرام در لایه های بالایی صورت گیرد که این مسئله نتایج بدست آمده را تا حدی غیر قابل اعتماد می کند. به همین دلیل تئوری موسوم به تئوری مالدنسکی سطحی بنام شبه ژئوئید تعریف می شود که نیازی به مفروضات فوق ندارد. ارتفاع شبه ژئوئید به عنوان آنامولی ارتفاعی معروف است و با نشان داده می شود.





❖ تفاوت های ژئوئید و شبه ژئوئید

- در سیستم مالدنسکی تلوروئید سطحی است که ارتفاع آن از بیضوی ژئوستریک برابر ارتفاع سطح زمین از شبه ژئوئید است. (در تلوروئید واقعی ارتفاع از سطح بیضوی برابر ارتفاع سطح زمین از ژئوئید است)
- در این سیستم پتانسیل نرمال U بر روی تلوروئید برابر پتانسیل واقعی W در نقطه متناظر آن در روی سطح زمین است. (در تلوروئید واقعی پتانسیل واقعی و نرمال در نقاط نظیر با هم برابر نیستند.)
- یکی از مزایای ژئوئید در مقایسه با شبه ژئوئید این است که ژئوئید یک سطح هم پتانسیل از میدان ثقل زمین است در صورتیکه شبه ژئوئید صرفاً دارای یک تعریف ریاضی است.



❖ تفاوت های ژئوئید و شبه ژئوئید

- ژئوئید مبنای ارتفاعات ارتومتریک و شبه ژئوئید مبنای ارتفاعات نرمال است
- آنامولی ارتفاعی و ارتفاع ژئوئید در مناطق مسطح مانند سطح دریاها با هم برابرند (ژئوئید و شبه ژئوئید بر هم منطبق هستند) اما در مناطق کوهستانی اختلاف این دو ممکن است تا چند متر برسد.